

①

سپه نعلی سواک ریاضی میں دانشگاہ

① در یک کلاس 32 نفره از دانشجوها، 14 نفر در تیم فوتبال و 12 نفر در تیم تنیس و 3 نفر در هر دو تیم شرکت کرده، عضویت دارند، چند دانشجو عضو هیچ تیمی نیستند.

② ساده کنید.

$$\begin{aligned} & (0.2)^7 \times 15^7, \quad -4^2 + (-4)^2, \quad -(-3)^{-2}, \quad -1^{-2} \\ & \frac{10^7 \times (0.001)^4}{(0.01)^3}, \quad \frac{64^{-2} \times 8^4 \times 2^4}{2^{64} \times 4^8}, \quad \frac{2 \times 2^4 \times (9 \times 3)^{-2}}{18^{-1}} \end{aligned}$$

③ ساده کرده و یا توان مثبت بنویسید.

$$\begin{aligned} & (6^1 \times 4^1) \div 24^2, \quad \frac{(5^1 + 5^1 + 5^1)^5}{(3^1 + 3^1 + 3^1 + 3^1 + 3^1)^5} \\ & (8^5 \div 0.25^5) \times 32^3 \end{aligned}$$

④ اگر $2^a = 3$ و $3^b = 2$ ، معلوم است مقادیر زیر را

$$(0.125)^{a-1}, \quad 8^{2a-1}, \quad 4^{ab} - 9^{ab}$$

⑤ معلوم است عدد k ، هرگاه اگر تعداد عضوهای یک مجموعه 7 عضو k عضو دیگر یا خدائیم تعداد زیر مجموعه‌های صید است.

⑥ معلوم است

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2^6 \times 3^{12}}, \quad \sqrt[4]{\frac{24}{58}}, \quad \sqrt[3]{8 \times 3}, \quad \sqrt[3]{2 \times 27}, \quad (27)^{-1/6}, \quad (-2/5) \\ & \sqrt{4 \sqrt{2 \sqrt{2}}}, \quad \sqrt[5]{5}, \quad \sqrt[3]{4}, \quad 2\sqrt[5]{1/8}, \quad (0.1), \quad \frac{1}{\sqrt[4]{3^{-2}}}, \quad \sqrt[3]{a^2}, \quad \sqrt[6]{1/49} \\ & (2n-3)^{3/5}, \quad n^{1/2} (2n-1)^{3/2}, \quad \frac{n \sqrt{n \sqrt{n}}}{\sqrt[3]{n}} \end{aligned}$$

⑦ سواک کنید.

$$\frac{1}{5 \sqrt{5 \sqrt{5}}}, \quad \frac{2}{a^{2/3} b^{1/2}}, \quad \frac{2b}{\sqrt[3]{2ab^2}}, \quad \frac{2n-1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}, \quad \frac{1}{\sqrt{\sqrt{n+1}}}$$

⑧ ساده کنید.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2^{16} - 2^{12}}, \quad \sqrt{5^3 + 5^3 + 1^3}, \quad \sqrt[3]{\frac{a^4 \sqrt{a^5}}{a^3 \sqrt{a^{-2}}}} \\ & \sqrt[3]{\left(\frac{27x^{-6} \sqrt{y^3}}{0.008 x^{-3}} \right)^2} \end{aligned}$$

⑨ حاصل عبارت های زیر را با ازاں مقدار داده شده متغیر حساب کنید.

$$\frac{4n^{-5}}{-5} - 5\left(\frac{4}{3}n^{\frac{1}{3}}\right) + 1 \quad ; \quad n = -1$$

$$\sqrt[4]{n^3} - \frac{3n}{\sqrt[4]{n^5}} \quad ; \quad n = 81$$

$$\frac{n^{-2} + y^{-2}}{n^{-1} - y^{-1}} \quad ; \quad n = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{4}$$

⑩ حاصل عبارت های زیر را تعیین کنید.

$$\sqrt{72} + 3\sqrt{50} - 2\sqrt{200} - \sqrt{2}$$

$$a\sqrt{n^3} + 2an\sqrt{n} - \frac{an^2}{\sqrt{n}} + \frac{4an^2}{\sqrt{4n}}$$

$$5\sqrt[3]{7} \times 2\sqrt[3]{7^2} - (2\sqrt[3]{5})^3 - (\sqrt[3]{10})^3$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}+2) - \sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

$$\frac{6}{\sqrt{3}} - 3\sqrt{32} + \sqrt{27} - \sqrt{72}$$

⑪ اگر $A = 5n^2 + 3n - 1$ و $B = -2n + n^2 + 3$ و $C = 5n - 2$ باشد حاصل عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$$A - (B + 2C) + 2A - 3B + 5$$

$$2A - B + Cn^2$$

⑫ تقسیم کنید.

$$(n^3 - y^3 + 1) \div (n - y)$$

$$(n^4 - 5n^3 - 7) \div (n^2 + 3)$$

⑬ بدون کمک ماشین حاسبه تقسیم عبارت های زیر را حساب کنید.

$$(32n^4 + 6n^2) \div (1 + 4n)$$

$$(3n^4 + n^3 - 2n^2 + 2n) \div (3n - 2)$$

⑭ مقدار a را در هر یک از موارد زیر تعیین کنید.

الف عبارت $n^3 + 5n^2 + an + 2$ بر $n + 1$ بخش پذیر باشد.
 ب باقی مانده تقسیم $an^3 - 2n - 1$ بر $4 - 2n$ برابر 5 باشد.
 ج باقی مانده تقسیم $n^2 + an + 1$ بر $n - 1$ باقی مانده تقسیم $n^2 - 2n + 3$ بر $n + 3$ یک باشد.

(۱۵) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

و با فرض $n+y = -5$ و $ny = 6$ مطلوب است عبارات

$n^2 + y^2$, $n^3 + y^3$, $(n-y)^2$

(۱۶) حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد ها بنویسید.

$(n+7)(n-2)(n^2+5n+14)$

$(n+y+z+t)(n-y+z-t)$

$2 \cdot 3^2 - 1 \cdot 7^2$, 99^3 , $(756)^2 - 75 \cdot 2 - 6^2$, 56×44

$(a^2 + 2\sqrt{3})(a^2 - 5\sqrt{3})$, $(\sqrt[3]{5} - 2)(\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 4)$

(۱۷) با قراردادن جملات مناسب عبارت های زیر را به مربع کامل تبدیل کنید.

$n^2 - \boxed{?} + 25$ و $4n^2 + \boxed{?} + a^2$, $4n^2 - 3n + \boxed{?}$

$\boxed{?} - 4n + \frac{1}{9}$ و $\boxed{?} + n + 4$

(۱۸) گویا کنید.

$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1}$, $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$, $\frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)^3}$

(۱۹) صورت کسر های زیر را ساده کرده و سپس حاصل عبارت را تا جایی ممکن ساده کنید.

$\frac{\sqrt{3n+16} - 1}{n^2 - 25}$, $\frac{\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{2}}{n - 2}$

(۲۰) اگر $n + \frac{1}{n} = 3$ باشد، مطلوب است ۱

$n^2 + \frac{1}{n^2}$ و $(n - \frac{1}{n})^2$, $n^3 + \frac{1}{n^3}$ و $n(n+1) + \frac{1}{n^2}(1 + \frac{1}{n})$

(۲۱) با درج اشیای زیر را ساده کنید.

$(a+2b)^5$, $(\frac{a}{2} + \frac{b}{3})^4$, $(2n-y)^6$

(۲۲) تجزیه کنید.

$n^4 - 81$, $4a(n-2)^3 - 6an(n-2)^2$ و $-a^2 + 2ab - b^2$, $2n^2 + 4n + 2$ و $125 + a^3b^3$, $n^2 - 2ny - 15y^2$, $n^6 - 7n^3 - 8$, $n^3 + n + 10$ و $5n^2 - 4n - 1$, $64n^4 + y^4$, $-2n^2 - n + 15$

$$6x^3 - 5x^2 - 3x + 2, 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3, 6x^2 - 7x + 2, \\ x^3 + 2x^2 - 5x - 6, 2x^3 + 3x^2 - 8x - 12$$

$$\frac{8^{22} + 8^{34}}{8^{15} + 8^{13}}, \frac{2^{n+2} - 2^{n+2} + 2^{n+2} + 2^{n+3}}{4(2^{n+3}) - 2(2^{n+3}) - 2^n}$$

ل. ر. ک. س. (۲۲)

$$\frac{a+2}{a-3} + \frac{3}{a+2}, \frac{4x^2 - 9a^4}{ab - a^2} \div \frac{2x - 3a^2}{a^3b - a^4}$$

$$\frac{x^4 - a^4}{(x-a)^2} \div \frac{x^2 + ax}{x-a}, \frac{x^3 + a^3}{x^3 - a^3} \times \frac{x^2 - ax}{x+a}, \frac{\frac{x^2+y^2}{xy} + 2}{\frac{x^2-y^2}{2xy}}$$

$$\left(\frac{2}{x^2-1} + \frac{x^2-3}{3x^2-1}\right) \div \left(\frac{1}{x} - \frac{2x(x^2-3)}{(x^2-1)(3x^2-1)}\right), \frac{a^2 - a + 1 - \frac{2}{a+1}}{a + \frac{1}{a+1}}$$

۲۳- م. ر. و. ک. م. و. صفت از عبارات زیر را تعیین کنید.

$$27a^3 - 1, 3a(9a^2 - 1) \quad \text{---} \quad x^3(x^2 + 8x + 12), (x^2 + 2x)^2 \\ a^2 + 8ab + 15b^2, a^2 + 4ab - 5b^2$$

۲۴- اگر $x+y=A$ و $xy=B$ فرض شود، مقادیر زیر را بیابید.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}, \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}, \frac{x-1}{y-2} + \frac{y-1}{x-2}$$

۲۵- معادلات زیر را حل کنید.

$$8x^2(x+3) - 12(2x^2+3x) = 0, x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$\frac{16}{3x-6} - \frac{1}{3(x+1)} = \frac{x^2}{x^2-x-2}, \sqrt{x-3} + 2 = 1, 6 - \sqrt{x-5} = 4$$

$$\sqrt{4x^2+3x} = \sqrt{3-x}, \sqrt[3]{x^3-x} = x+1$$

۲۶- تعیین علامت کنید.

$$(2-3x)(1-x), (x-2)^3(1-x)^4, -2(x+1)^2-1, \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{(x+3)^2(x^2+x+1)}{4-x}, \frac{-x^2+3x-10}{x^3-1}, \frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-1} - 1$$

(٢٨) نامعادلات زیر را حل کنید.

$$(n-1)^2 - (n+3)^2 > 5, \quad \frac{6-n^2}{n} \leq 1, \quad \frac{n+2}{n+1} \leq \frac{n-3}{n-1},$$

$$4n^2 + 4n + 1 \leq 0.$$

(٢٩) دامنه تعریف عبارت‌ها زیر را مشخص کنید.

$$\sqrt{\frac{n-1}{3-n}}, \quad \sqrt{\frac{n-1}{n^2}}, \quad \sqrt[4]{\frac{n^2-1}{n^2-4}}, \quad \sqrt[4]{\frac{n-1}{n} - \frac{1}{n+1}}, \quad \sqrt[5]{1 - \frac{1}{n+2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n-2}} + \sqrt{3n}, \quad \sqrt{\frac{n^2-5n+6}{n+1}}, \quad \frac{\sqrt{n^2-5n+6}}{\sqrt{n+1}}$$

(٣٠) معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} y+2z=5 \\ z-3y=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \frac{5}{3}t - \frac{2}{5}s = 19 \\ 4t + \frac{3}{2}s = 21 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3^{2n+y} = 27 \\ 5^{7n-y} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{n-2} + \frac{2}{y+1} = 5 \\ \frac{5}{n-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2n+3y-4z=0 \\ 4n-5y+z=14 \\ 9n-y-6z=19 \end{cases}, \quad \begin{cases} y - \frac{1}{n^2} = 0 \\ n + \frac{8}{y^2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2n+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{4} \\ n-2y-z=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} (n-2)^2 - (n+1)^2 < 3 \\ n(n-2)+5 < n^2+2n+1 \end{cases}$$

$$\left| \frac{n-1}{n+3} \right| = 2, \quad -2|3+7n|=1, \quad |n-2| = -|2-n|$$

$$|2n+3| = 4n-5, \quad n^2+3|n|=4, \quad ||n|-3|=2$$

$$-2|n+1| \leq 1, \quad |3-2n| \leq 0, \quad \left| 1 + \frac{n}{2} \right| \geq 3, \quad |2n+3| > 5$$

$$\frac{1}{|n+1|} \leq 2, \quad (2n-1)^2 \leq 9, \quad 4 \leq (n+3)^2, \quad |n-1| \geq |n+2|$$

$$\frac{-1}{|n+2|} < \frac{-2}{|n+3|}, \quad \left| \frac{n-2}{2n} \right| > 1, \quad -1 < \frac{2n}{n-2} < 1$$

(٣١) حاصل این عبارات را به دست آورید.

$$2|\sqrt[3]{9} - \sqrt{3} + 1|, \quad |\sqrt[3]{7} + \sqrt{5} - 8|, \quad 2|\sqrt{7} - 3| - 3|2 - \sqrt{3}|$$

$$|n+2| - 3|4-n|, \quad 2|n+1| + |n-2|, \quad |n^3 + n^2|$$

$$-2|5-n| + |2n+1|, \quad n < 5$$

$$|n^2-9| - |4-n^2| + |-n^2-1|, \quad n > 3$$

موفق باشید.

(4)

سب سے نکالے
 متواتر ریاضی میں مربوط اور متعلق

① ثابت کیجئے کہ اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ایسی باقاعیدہ ثابت ہے، طوری کہ
 $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x+y) = f(x) \times f(y)$

آنگاہ $f(0) = 1$ آنگاہ $f(x) = 0$ ہوتا ہے، آنگاہ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ہوتا ہے۔

② ثابت کیجئے کہ اگر $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ایسی باقاعیدہ ثابت ہے، طوری کہ
 $f(x \times y) = f(x) + f(y)$ ،
 اگر $f(1) = c$ ہوتا ہے، آنگاہ $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ہوتا ہے۔

③ حوزہ ہر مثل توابع زیر را صحت کیجئے۔

$y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ ، $y = \frac{x-3}{x^2-x+1}$ ، $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$

$y = [x] \sin(\pi x)$ ، $y = \sqrt{x} - [x]$ ، $y = [x] + [x^2]$

$y = \begin{cases} \sin(x) & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ ، $y = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ -x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

④ اگر $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ایسی باقاعیدہ ثابت ہے کہ
 $f(x \times y) = f(x) + f(y)$ ، $x, y \in \mathbb{R}^+$ ، $f(1) = 1$ ، f باقاعیدہ ثابت ہے۔

اگر $f(1) = 1$ ، f باقاعیدہ ثابت ہے۔

⑤ ثابت کیجئے کہ اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ایسی باقاعیدہ ثابت ہے کہ
 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ، $x, y \in \mathbb{R}$ ، $f(1) = 1$ ، f باقاعیدہ ثابت ہے۔

⑥ اگر $|f(x)| \leq x^2$ ، $f(0) = 0$ ، $f'(0)$ معلوم ہے۔

⑦ مطلوب ترین حد درجہ

$\lim_{n \rightarrow 1} (n-1) \operatorname{Sign}(n)$ ، $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n+3) \operatorname{Sign}(n^2-9)}{n^2-9}$

$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{|n-1|}{n^2-1} \sqrt{|n-1|}$ ، $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n-1}{[n]-1}$ ، $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{[n]^2 - [n^2]}{n - [n]}$

$\lim_{n \rightarrow \frac{1}{2}} [n] + [-n]$ ، $\lim_{n \rightarrow 3} n - [n]$ ، $\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{|\cos(n)|}{n - \frac{\pi}{2}}$

$$\lim_{n \rightarrow -1} \left(\frac{-2n}{n+1} \right)^5, \quad \lim_{n \rightarrow -} \csc(n), \quad \lim_{\alpha \rightarrow} \frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\alpha^3}$$

⑦ مطلوب است کلیه محاببات فوق را توابع زیر

$$y = \sqrt{n} + \frac{1}{n-1}, \quad y = \frac{n^2 - 5n + 6}{n-3}, \quad y = \frac{4n+5}{n^2 + 2n + 3}$$

$$y = \frac{1}{|n|-2}, \quad y = \frac{[x]-3}{n-3}, \quad y = \sqrt[3]{1+n^3} - n, \quad y = (n-1) \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} - 1 \right)$$

$$y = \frac{1}{n-2} - \frac{3}{n^2-4}$$

⑧ توابع پیوسته ای از تابع f را در هر یک از موارد زیر مشخص کنید.

$$f(n) = \frac{\sin^2(n)}{1 - \csc(n)}, \quad f(n) = \frac{1 - \cos(n)}{n^2}, \quad f(n) = \frac{n^2 - 4}{n^2 - 5n + 6}$$

$$f(n) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{1 - \cos(n)}, \quad f(n) = \frac{\sqrt{n} - 2}{n-4}$$

⑨ مشتق پذیری توابع زیر را در نقاط داده شده تحقیق کنید.

$$f(n) = \sqrt[3]{n^2} \quad c =$$

$$f(n) = \sqrt{|n|} \quad c =$$

$$f(n) = |n|^3 \quad c =$$

⑩ مقادیر a و b را حتماً تعیین کنید که تابع f در $\mathbb{R}$ مشتق پذیر باشد.

$$f(n) = \begin{cases} n^3 + n & n \leq 1 \\ an + b & n > 1 \end{cases}$$

$$f(n) = \begin{cases} an^2 + 1 & n \leq 1 \\ bn - 8 & n > 1 \end{cases}$$

⑪ مقادیر تقریبی $\sqrt[5]{33}$ و $\cos(3i)$ و $\cot(45^\circ, 1.4)$ را به کمک حفره از تعیین کنید.

۸

مسئله‌های مربوط به اعداد مختلط

۱) اگر $z_1 = 3 + 4i$ و $z_2 = 5 - 2i$ باشد، مقادیر

$$(z_1 - z_2)^2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad \left(\frac{1}{z_1}\right)^2, \quad \frac{z_2}{2z_1}$$

۲) اگر $z_1 = 2i - 2$ و $z_2 = 3i$ باشد، مقادیر $z_1 \cdot z_2$ و $\frac{z_1}{z_2}$

۳) مقادیر $f(-i)$ ، $f(i+3)$ و $f(2i-4)$ را در موارد زیر

$$f(z) = z^2 + 2z, \quad f(z) = \frac{1}{1-z}, \quad f(z) = \frac{1}{z^3}$$

۴) چندبار حقیقی و موهومی توابع زیر را مشخص کنید

$$f(z) = \frac{z}{1+z}, \quad f(z) = z^2 + 4z, \quad f(z) = 2z^2 - 3z$$

$$f(z) = z^3 - z^2 + z, \quad f(z) = \frac{1}{1-z}$$

۵) مقادیر مقادیر زیر

$$(0.3 + 0.4i)^2, \quad (1+i)^8, \quad \operatorname{Re} \left(\frac{(2-3i)^2}{2+3i} \right), \quad |-0.2i|$$

$$(\operatorname{Re}(z))^2 \times \operatorname{Re}(z^2), \quad \operatorname{Im}(z^3) \times (\operatorname{Im}(z))^3, \quad \left| \frac{5+7i}{7-5i} \right|$$

$$|2i+1.5|, \quad |z|^4, \quad \left| \frac{\bar{z}}{z} \right|, \quad \left| \frac{z+1}{z-1} \right|, \quad \left| \frac{(1+i)^6}{i^3(1+4i)^2} \right|$$

$$\left| \frac{3+i^4}{5-i^2} \right|, \quad \frac{1+2i}{i(1+2i)} (3-i)^2 + 5-4i, \quad z \cdot \bar{z} + \bar{z} \cdot z$$

$$(1-i)^{-2} + (1+i)^{-2}, \quad (1-i)^4 + (1+i)^4$$

۶) نواحی زیر را مشخص کرده و رسم کنید

$$|z - 4i| = 4, \quad |z+1| > 2, \quad \frac{1}{3} < |z - z_1| < 6$$

$$0 < \operatorname{Re}(z) < \frac{\pi}{2}, \quad \operatorname{Re}(z) \geq -1, \quad |z-1| \leq |z+1|$$

④ $\text{Im}(z^2) = 2$, $\left| \frac{z+i}{z-i} \right| = 1$, $\left| \frac{z+1}{z-1} \right| = 4$, $\left| \frac{2z-i}{-2-i\bar{z}} \right| \leq 1$
 $\text{Re}(\bar{z}-i) = 2$, $z^2 + (\bar{z})^2 = 2$, $z^2, \bar{z}$
 $|z-1| + |z+1| = 2\sqrt{2}$

⑤ اعداد حقیقه a و b را حقیقتین کنید که $z = \bar{z}'$ و $z = a + b^2 - 3i$, $z' = 2 - iab^2$

⑧ ثابت کنید:
 الف: $z = 3 + 4i$ یک ریشه معادله $z^2 - 6z + 25 = 0$ است.
 ب: اعداد زیر حقیقی اند:
 $z^2 + \bar{z}^2$, $\frac{z+1}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}+1}{z}$

⑨ محاسبه است مقادیر زیر:
 $\text{Re}(\frac{1}{2+i})$, $\text{Im}(\frac{2+i}{3+4i})$, $\text{Re}(z^3)$, $\text{Im}(z^4)$, $|1+i|^2$
 $| -3i |$ و $|\cos(\theta) + i\sin(\theta)|$, $|\frac{1+4i}{4+i}|$, $|\frac{(3+4i)^4}{(3-4i)^3}|$, $|\frac{z}{\bar{z}}|$
 $\text{Re}(\frac{(1+i)^2}{3+2i})$, $\text{Im}(\frac{2-i}{4-3i})$, $\text{Im}(\frac{1}{z^2})$, $\text{Re}(\frac{z}{\bar{z}})$

⑩ خواص زیر را حقیقتین و رسم کنید:
 $\text{Im}(z) \geq -1$, $\text{Im}(z^2) \leq 2$, $\text{Re}(z^2) \geq 1$, $|\frac{1}{z}| \geq 1$
 $|\frac{z+i}{z-i}| = 1$, $|\frac{z+1}{z-1}| = 1$, $\text{Im}(\frac{z+1}{z-1}) \leq 2$, $\text{Re}(\frac{1}{z}) > 1$,
 $\text{Im}(\frac{2z+i}{2z-4}) \leq 1$, $f(3i)$, $f(2+i)$ مطلوب است

⑪ خواص زیر را حقیقتین و رسم کنید:
 $f(z) = 3z^2 + z$, $f(z) = \frac{1}{z^2}$, $f(z) = \frac{z+1}{z-1}$
 ⑫ اگر $z = x + iy$ معادله $x^2 - y^2 = 1$ را بنویسید.

①

⑫ حاصل عبارت زیر را [حاصل معکوس ساده کنید]

$$(e^{i0} + i \sin(0))^n + (e^{i0} + i \sin(0))^{-n} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$(1 + e^{i0} + i \sin(0))^3, \frac{(e^{i\alpha} + i \sin(\alpha))^3}{(i e^{i\beta} + \sin(\beta))^4}$$

⑬ فرم قطبی معاد زیر را [در نظر گرفتن آرگومان] اصل این بنویسید.

$$\frac{1}{4+3i}, -5, -3-3i, -4i, 1-\sqrt{3}i, 3+3i, -3, +3$$

$$2-2i, 3-4i, 2i, -2i, 6+8i, \frac{2+3i}{5+4i}, \frac{3\sqrt{2}+2i}{-\sqrt{2}+\frac{2}{3}i}$$

$$\frac{i\sqrt{2}}{4+4i}, \frac{1+i}{1-i}, (e^{i\alpha} - i \sin(\beta)) + i(\sin(\alpha) + i e^{i\beta})$$

$$tg(\beta) - i, 2+2i, -\pi, -1-i, -6-6i$$

⑭ حاصل عبارت زیر را [فرم دکارتی بنویسید].

$$(1+i)^{25}, (1+i)^n + (1-i)^n, \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^2, \frac{(1+i\sqrt{3})^4}{(\sqrt{3}i-1)^{25}}$$

$$(1+i)^n - (1-i)^n, (2-3i)(4+i), (1-2i)^2(1+i)^3, (1+i)^{-5}$$

$$(-1+i\sqrt{3})^9, \frac{(1-i\sqrt{3})\sqrt{1+i}}{\sqrt{3}+3i}, e^{i\pi/2} + \sqrt{2}e^{i\pi/4},$$

$$\frac{a+ib}{a-ib} - \frac{a-ib}{a+ib}, 7e^{i4\pi/3},$$

⑮ نواح زیر را تعیین و رسم کنید.

$$\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z) < \frac{\pi}{2}, -\pi < \text{Arg}(z) < 0, |\text{Arg}(z^3)| \leq \frac{\pi}{4}$$

$$0 < \text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{\pi}{2}, 0 \leq \text{Arg}(z+i) \leq \pi$$

⑯ الف و آ بر $A+B+C=\pi$ شرط مطلوب است حاصل عبارت زیر را

$$(e^{iA} + i \sin(A)) (e^{iB} + i \sin(B)) (e^{iC} + i \sin(C))$$

(11)

ب) اگر n یک عدد صحیح باشد مطلوب است حاصل عبارت زیر را

$$\frac{1}{2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right), \quad \frac{1}{2i} \left(z^n - \frac{1}{z^n} \right), \quad z + \frac{1}{z}, \quad z - \frac{1}{z}$$

(18) اگر n یک عدد طبیعی باشد معادله زیر را بر حسب z حل کنید.

$$z^n = \bar{z}, \quad (1+z)^n = z^n, \quad |z| - z = 1+2i, \quad |z| + z = 2+i$$

$$1+z+z^2+\dots+z^{1396}=0$$

(19) فرم دکارتی اعداد مختلط زیر را بنویسید

$$4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right), \quad 2\sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

(20) عدد n را ضابطه تعیین کنید

$$(\sqrt{3}+i)^n = 2^n, \quad (-1+i)^n = \sqrt{2}^n, \quad (1+i)^n = (1-i)^n$$

(21) دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$\begin{cases} z_1 + 2z_2 = 1+i \\ 3z_1 + iz_2 = 2-3i \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1+i)z_1 - iz_2 = 3-2i \\ (2-i)z_1 + (1-i)z_2 = 4-4i \end{cases}$$

(22) معادله زیر را تعیین کنید.

$$\sqrt{1}, \sqrt{-1}, \sqrt{-4}, \sqrt{1-i\sqrt{3}}, \sqrt[3]{-1}, \sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{-i}, \sqrt[3]{i}, \sqrt[3]{4i}$$

$$\sqrt[4]{-1}, \sqrt[5]{-1}, \sqrt[6]{-1}, \sqrt[8]{1}, \sqrt{-7-24i}, \sqrt{-8i}, \sqrt[4]{24i-7}, \sqrt[3]{2i-2}$$

$$\sqrt[6]{\frac{1-i}{1+\sqrt{3}}}, \quad \sqrt[8]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$$

(23) معادله زیر را حل کنید.

$$z^6 - 2z^3 + 4 = 0, \quad z^3 = 27, \quad z^4 + 5z^2 = 36, \quad z^4 + 81 = 0,$$

$$z^2 + z + 1 - i = 0, \quad z^2 - (5+i)z + 8+i = 0, \quad z^2 - (3+6i)z - 8+6i = 0,$$

$$z^6 + 7z^3 - 8 = 0, \quad z^2 - 3z + 3 - i = 0, \quad z^4 - 15iz^2 + 16 = 0.$$

$$z^3 - \frac{3+\sqrt{3}i}{1+i} = 0, \quad z^{3/2} = 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i, \quad z^8 - 15iz^4 + 16 = 0$$

(۱۲)

(۱۴) مختصات حقیقی و توابع زیر را مشخص کنید.

$$f(z) = \frac{1}{z}, f(z) = \frac{1}{1-z}, f(z) = 2z^2 - 3z, f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$$

$$f(z) = z^3 - z^2 - z, f(z) = |z|^2 + 2z^2, f(z) = \frac{z-1}{z+1}, f(z) = \frac{\bar{z}}{2z}$$

$$f(z) = z^3 - i\bar{z}, f(z) = \bar{z} - iz^2, f(z) = i + z^2$$

(۱۵) دایره توابع زیر را تعیین کنید.

$$f(z) = \frac{1-3z}{z^6 + \sqrt{3} - i}, f(z) = \frac{z}{z + \bar{z}}, f(z) = \frac{2z+5}{1+z^3},$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{z^2-1}}, f(z) = 1+3z^3, f(z) = \text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right)$$

(۱۶) در معادلات زیر مقادیر حقیقی x و y را تعیین کنید.

$$\frac{(x+1) + i(y-3)}{5+3i} = 1+i, (x+y)^2 i - \frac{6}{i} - x = -y - 1 + i5(x+y)$$

$$9y^2 - 4 - 10x = 8y^2 + 20i7$$

(۱۷) نواح زیر را تعیین و رسم کنید.

$$|z-1| \leq |z+1|, \left| \frac{z+1}{z-1} \right| = 4, |z-2+i| \leq 1, \text{Im}(z) > 1$$

$$|2z+3| > 4, |\text{Im}(z)| < |z|, |z-4| \geq |z|$$

$$\{|z| > 1\} \cup \{|z-2| < 1\}, |\text{Im}(z)| > 1, \text{Re}(z^2) > 0,$$

$$\text{Re}\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{2}, |\text{Re}(z)| < |z|, |z-4i|=4, |z+1| > 2$$

$$0 < \text{Re}(z) < \frac{\pi}{2}, \text{Re}(z) \geq -1, \text{Im}(z^2) = 2$$